

4章 点目標のレーダー方程式

レーダーは、単にレーダー近くの暴風雨の位置を示すために使われることが多い。しかし、ほとんどのレーダーは暴風雨を検知するだけでなく、戻ってきたパワーの強さを測定することができ、それによって雨量や暴風雨の他のパラメータを推定することができる。

レーダーを定量的に利用するためには、ある種のレーダーパラメーターの値を知る必要がある。この章では、孤立した点状目標の探知にレーダーを定量的に使用するための理論のいくつかを説明する。次の章では、この情報を基に、ビーム充填気象目標の検出について説明する。

点目標のレーダー方程式

レーダーがエネルギーのパルスを送信するとき、そのエネルギーはアンテナによって空間に向けられる。まず等方性アンテナについて考えてみよう。放射された電力は光速でアンテナから遠ざかり、球状に膨張するエネルギーの殻を形成する。膨張する1パルスのエネルギーがカバーする面積は、対応する距離の球面上の面積に等しい：

$$\text{面積} = 4\pi r^2 \quad (4.1)$$

ここで r はレーダーからの距離（球の半径）である。パワー密度 S 、すなわち単位面積当たりのパワーは、単純に送信パワーをこの面積で割ったものである。したがって

$$S = \frac{P_t}{4\pi r^2} \quad (4.2)$$

図 4.1 a) 半径 r の球を覆う点から放射される電力。b) アンテナを使用すると、ビーム軸上の点のパワーが増加する。c) 面積 A_σ で遮断されたパワーは、全方向に等方的に再放射される。

実際のアンテナを使用した場合、ある距離でビーム軸の中心に沿ったパワーの量は、等方放射体を使用した場合よりも大きくなる。このパワーの増加は、等方性アンテナを使用した場合のパワーの単純なゲイン倍である。しかし、ビーム軸の中心ではより多くのパワーが発生し、他の方向ではより少ないパワーしか発生しなくなる。しかし、レーダーは依然として同じ量のパワーを送信しているので、平均パワー密度は球全体にわたって一定である。

我々は今、ビーム軸に沿って何が起こるかに興味があるので、そこに面積 A_σ を持つ目標を導入することができる。したがって、目標によって遮られるパワーは次式で与えられる。

$$p_\sigma = \frac{p_t g A_\sigma}{4\pi r^2} \quad (4.3)$$

ここで添え字 σ は目標を表す。この式では、アンテナ利得 g の対数ではなく、線形値が使用されている。

レーダーで検出されるほとんどの目標では、遮断された電力は等方的に空間に再放射される(図 4.1c)。

目標によっては、ある方向に強く放射するものもあるが、当面は無視してもよい。また、目標によっては入射エネルギーの一部を吸収し、内部熱に変換するものもある。これも無視する。

目標がエネルギーを再放射すると、そのエネルギーの一部がレーダーで再び受信される。レーダーが検出するエネルギー量は

$$p_r = \frac{p_\sigma A_e}{4\pi r^2} = \frac{p_t g A_\sigma A_e}{(4\pi)^2 r^4} \quad (4.4)$$

ここで、 A_e は受信アンテナの有効面積である。

ここで、アンテナの有効面積 A_e は、アンテナの利得とレーダーの波長 λ を用いて、次の式で表せる：

$$A_e = \frac{g\lambda^2}{4\pi} \quad (4.5)$$

この式をレーダーの式に代入すると

$$p_r = \frac{p_t g^2 \lambda^2 A_\sigma}{64\pi^3 r^4} \quad (4.6)$$

この式にもうひとつだけ改良が必要である。目標の物理的な大きさ（これは人間の目に見える大きさでもある）は、必ずしもレーダーに見える大きさではない。この問題を解決するために、目標の後方散乱断面積という新しいパラメータを定義し、これに記号 σ を与えれば、このパラメータを面積 A_σ に置き換えることができる。したがって、アンテナビームパターンの中心に位置する点目標のレーダー方程式の最終形は次のようになる。

$$p_r = \frac{p_t g^2 \lambda^2 \sigma}{64\pi^3 r^4} \quad (4.7)$$

目標の後方散乱断面積 σ は、目標を構成する物質の大きさ、形状、種類だけでなく、それを見るレーダーの波長の関数でもある。残念ながら、後方散乱断面積は、特に複雑な目標の場合、常に解析的に計算することはできない。レーダー気象予報士にとって幸いなことに、多くの重要な目標の形状は比較的単純である。ほとんどの水象粒子（訳者注：雲や霧、雨粒、霧雨、雪やあられ、雹(ひょう)、凍雨、細氷など）はほぼ球形なので、しばらく球形について考えてみよう。

球体目標

球体がレーダーの波長に比べて大きい場合、目標の後方散乱断面積は幾何学的面積に等しい。つまり

$$\sigma = \pi r^2 \quad (4.8)$$

（訳者注： πD^2 の誤りでは？）ここで D は球の直径、 λ は波長である。「大きい」はふつう、 $D/\lambda > 10$ を意味する（ $D/\lambda > 16$ とする人たちもいる）。（訳者注：図4.2的には $\pi D/\lambda > 10 \Leftrightarrow D/\lambda > 3.18$ では？）

球の大きさがレーダーの波長に比べて小さい場合、その球はいわゆるレイリー領域にある。「小さい」とは、通常 $D/\lambda < 0.1$ （ただし、 $D/\lambda < 1/16$ とする人たちもいる）と解釈される（訳者注：図4.2的には $\pi D/\lambda < 1 \Leftrightarrow D/\lambda < 0.31$ では？）。レイリー領域では、球の後方散乱断面積は直径の6乗に比例する。したがって、レイリー領域の球体から期待できる反射量を計算するのは非常に簡単である。球体の σ を計算する式は次のようになる（Battan, 1973）。

$$\sigma = \frac{\pi^5 |K|^2 D^6}{\lambda^4} \quad (4.9)$$

ここで $|K|^2$ は物質の複素屈折率に関するパラメータである。これについては次章で詳しく説明する。

多くの気象目標はレーダーの波長に比べて本当に小さいので、レイリー領域は気象レーダーの使用において重要な部分である。また、波長に比べて大きな目標もたくさんある。しかし、まだ重要な中間領域がある。この領域では、球形の目標から期待されるリターンを計算するのはずっと難しい。

Mie は 1908 年に、あらゆる直径の球体の後方散乱断面積を計算するのに必要な解析式を決定した。図 4.2 は、目標の相対的な大きさの関数として、円周/波長で表した球形目標の正規化後方散乱断面積を示している。このように両軸を正規化することで、このグラフはすべての波長とすべての直径の球体に対して普遍的に有用になる。実際、レーダー波長と同様に光学波長にも適用できる。

図の左側の領域はレイリー領域である。この領域の傾きを注意深くチェックすると、横軸が1桁上がるごとに縦軸が4桁しか上がらないことがわかる。レイリー関係は、直径が1桁変化すると6桁変化することを示唆している。見かけ上の「不一致」は、縦軸が後方散乱断面積を幾何学的面積で割ったものであることに起因する。

光学領域は図の右側にある。目標のサイズが大きくなるにつれて、目標の後方散乱断面積は目標の幾何学的面積に近づく。この2つの領域の間がミー領域または共鳴領域である。あるサイズの粒子では、サイズが大きくなるにつれて σ は減少する。後で見るように、この特性は、異なる波長で動作する2つのレーダーを使って空間の同じ領域を同時に見ることで、いくつかの嵐でひょうの存在を検出するのに使うことができる。

レーダーにとって点目標と考えられる目標はいくつかある。球体についてはすでに述べた。しかし、これまで議論してきたような意味での点目標であるためには、レーダーのサンプルボリューム内に単一の目標しか存在しない必要がある。ただし、多くの気象エコーはそうではない。昔から「雨が降れば必ず土砂降り」（訳者注：日本語の「泣きっ面に蜂」的な）と言う。雷雨の1つのレーダー検査体積には、何十億もの雨粒（そしてさらに多くの雲粒）が含まれているかもしれない。そのため、雨や雲は点目標とはみなされない。

レーダーで検出可能なすべての点目標が球体というわけではない。実際、その多くは解析解を無視するほど複雑である。しかし、これらの追加の点目標は、詳細に検討する価値がある。そこで、以下のセクションでは、気象レーダー（およびその他の）レーダーで探知可能な他の種類の目標について、皮肉なことに、再び球体から始めることにする。

図 4.2 レーダー波長 λ で正規化した円周の関数としての球体の正規化後方散乱断面積。Skolnik, 1980, Introduction to Radar Systems, McGraw-Hill, Inc.の許可済み。

標準目標

レーダーの特性が正確に分かっている目標にレーダーを向けると便利なことがある。このような目標を標準目標と呼ぶことがある。

球体

球体は、レーダーからどの方向にあっても後方散乱断面積が同じであるため、標準目標として有用である。球体は風船にくくりつけて放ち、レーダーで追跡することもできるし、地上の定点にくくりつけた風船の下にくくりつけることもできる。いずれの場合も、レーダーが球体から受信した電力を測定し、球体の大きさとレーダーからの距離を知ることで、レーダーシステムのアンテナ利得を測定することができる。これは、アンテナ利得について、点目標に対するレーダー方程式を解くことによって行われる。方程式の他のすべてのパラメータは、レーダーサイトで既知であるか、測定可能である必要がある。

球体の後方散乱断面積の大きさは、図 4.1 (Skolnik, 1980) から求めることができる。球体がレーダーの波長に比べて大きい場合、その後方散乱面積 σ は幾何学的面積と同じである、

$$\sigma = \pi r^2 \quad (4.10)$$

ここで r は球の半径である。

平板反射鏡、二面体、三面体

標準目標のもう一つのクラスは、平板反射鏡に関連している。平板反射鏡は、レーダービームに対して垂直な方向に向いているときだけ、意図したとおりに機能する。平板反射鏡の片側がもう片側と 90° の角度をなすように折り曲げられている場合、それは二面体反射鏡と呼ばれる。正しく機能するためには、二面体反射鏡は、折り曲げられた軸がレーダービームに対して垂直になるように向けられていなければならない。互いに垂直な3つの面（訳者注：直角二等辺三角形）を合わせると、3面体またはコーナーリフレクター（訳者注：立方体を斜めに二等分した形）になる。コーナーリフレクターには、レーダーに正確に向ける必要がないという利点があるコーナーリフレクター可能性があるため、反射されたレーダー信号は常に入射信号の経路に沿って直接戻ってくる。3種類の平板型反射鏡はいずれも、適切な向きに設置すれば非常に強い反射を示し、レーダーのアンテナ利得の測定に使用できる。

平板反射鏡の後方散乱断面積は、次式で与えられる (Levanon, 1988) :

$$\sigma = \frac{4\pi A^2}{\lambda^2} \quad (4.11)$$

(訳者注：(4.5)式と見比べると gA^2/A_e と等しいが、意味がある?) ここで、 A はレーダーから見た目標の幾何学的面積で、 λ は波長である。正方形の平らな（展開された）板がアンテナ信号に垂直な場合、面積 $= I^2$ (I は正方形の一辺の長さ)。二面体や三面体を使用する場合は、レーダーから見た幾何学的面積を使用しなければならない。例えば、3面体のコーナーリフレクターからのリターンは次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{4\pi(0.289I^2)^2}{\lambda^2} \quad (4.12)$$

(訳者注：(4.11)式から A が $0.289l^2 = \sqrt{3}l^2/6$ ：1辺 $\sqrt{2/3}l$ の正三角形の面積に置き換わっている)ここで l は反射鏡の3辺のうちの1辺の長さである。

平板反射鏡の3つのケースすべてにおいて、レーダーに映る目標の大きさは、通常、実際の幾何学的な大きさよりもはるかに大きいことに注意。例えば、1辺が1mの正方形の目標は、幾何学的な面積がちょうど 1m^2 になる。しかし、波長10cmのレーダーは、後方散乱断面積 1257m^2 の信号を受信する。この高いリターンは、特定の建物にとって重要である。

鳥類

鳥は多くのレーダーで探知できる。レーダーによる鳥類の探知については、数多くの研究がなされている。実際、レーダーは鳥類学者が世界各地の鳥の移動習性を監視するために使用している。

第一近似として、鳥は、鳥の質量と同じ質量の水の球体とみなすことができる。このアプローチでは、鳥の体から遠く離れている可能性のある翼、尾、首、頭、脚は無視される。とはいえ、個々の鳥がレーダーにどのように映るかを数デシベル以内で予測するのに使えるほど、十分に有用である。

レーダーで個々の鳥を探知する際に問題となるのは、鳥が点目標であることであり、点目標から受信されるパワーは探知距離の4乗に反比例する。そのため、探知距離が長くなるにつれて探知能力は急速に低下する。その結果、レーダーによっては、鳥を探知できる最大距離が数マイルにしかないことがよくある。もう一つの問題は、鳥が比較的小さな目標であることだ。Sバンドで、ムクドリやハトなどの鳥のレーダー断面積は $10\sim 20\text{cm}^2$ であるのに対し、ニシンカモメやマガモの後方散乱断面積は $80\sim 90\text{cm}^2$ である。

航空機

航空機の探知は、1930年代から40年代にかけてレーダーの開発を推進した主な動機の1つであり、現在もレーダーの最も重要な用途の1つとなっている。

ほとんどの実用的なレーダーと航空機の場合、レーダー・サンプル・ボリューム内の1機の航空機がポイント・目標になる。しかし、個々の航空機からのリターンは単純ではなく、航空機とレーダーの相対的な方位に決定的に依存する。図4.2 (Skolnik, 1980) (訳者注：図4.3の誤り)は、ある種類の航空機の断面を測定したもので、他の航空機からのリターンも同様であるが、2種類の航空機が全く同じ"シグネチャー"を持つことはない。

図4.3 B-26の2発爆撃機の波長10cmの断面を方位角の関数として実験的に測定したもの。Skolnik, 1980, Introduction to Radar Systems, with permission of McGraw-Hill, Inc.

特定の航空機をレーダーで探知できる距離は、レーダーと航空機の両方に依存する。ポイント・目標・レーダーの方程式が適用され、受信パワーは目標までの距離の4乗に反比例する。そのため、航空機が

らの信号も距離に応じて急激に低下する。しかし、航空機は鳥よりもはるかに大きいため、通常は中程度の距離まで探知することができる。

例として、FAA が使用する ASR-9 航空管制レーダー（付録 D 参照）による航空機の探知を考えてみよう。送信出力は 1.1MW で、最小探知出力は -114dBm、アンテナ利得は 34dB である。図 4.2 の航空機について、最大探知距離を計算してみよう。B-26 のレーダー断面積は平均約 20dBsm と仮定する。単位は後方散乱断面積 1m² の目標に対するデシベルである。点目標のレーダー方程式（式 4.7）をレンジについて解くために並べ替えると、次のようになる：

$$r^4 = \frac{Ptg^2\lambda^2\sigma}{64\pi^3Pr}$$

値を代入して単位を変換すると、次のようになる。

$$r^4 = \frac{1.1\text{MW}(10^{3.4})^2(0.107\text{m})^2 10^2\text{m}^2}{64\pi^3 10^{-11.4}\text{mW} 10^{-9}\text{MW/mW}}$$

すなわち

$$r = 1001 \text{ km} = 541 \text{ nmi}$$

（nmi は海里：1,852 m）となる。

これは十分に長い距離であり、この航空機は ASR-8 レーダーで非常に長い距離まで容易に探知できるはずである。特に長距離では、地球の曲率効果によってレーダービームが地表のはるか上方にあるため、必ずしもそうなるとは限らない（図 3.6 参照）。

建物

多くのレーダーは、建物の近くまたはレーダー視線内で作動する。また、個々の建物は、レーダーにとって点目標として機能することもある。第一近似として、建物の幾何学的面積はレーダー後方散乱断面積とほぼ同じであるべきである。これは、建物が「光学」領域にあり、多少不規則な形状であることを想定している。

しかし、多くの建物は外側に直角の部分が多く、二面体のコーナーリフレクターとまったく同じようにレーダー信号を反射する。その結果、コーナーリフレクターと同じように、このような建物からのリターンは、このような反射面のない同じ大きさの建物よりもはるかに強くなることもある。同じように、建物内の部屋も、特にガラス面積が多い場合や金属建築の場合は、三面コーナーリフレクターとして機能する。このように、個々の建物はレーダーに大きなパワーを返すことができる。

給水塔と電波塔

多くのレーダー気象予報士が好む点目標の一つは、よく選ばれた電波塔や給水塔である。二次標準目標として使えるので、各レーダーにこのような目標があると便利である。タワーにはいくつかの便利な特性がある：1) 十分に高い位置にあるため、近くにある他の地上目標からの影響を受けずに検出できる。タワーの頂部は探知できるが、基部は見えないこともある。2) 常に同じ距離と方位にあるため、レーダ

ーが正しい位置を表示しているか確認できる。3) 後方散乱断面積が一定であること。この属性の組み合わせにより、使用しているレーダーの全体的な健全性とアライメントをチェックするために、少なくとも1つは検出できる目標があるとよい。私は、各レーダーサイトに1つか2つのタワーを採用することを強くお勧めする。

給水塔には、もう一つ魅力的な特徴があることがある。給水塔の中には、比較的単純な幾何学的形状のものがある。例えば、細長い支持管の上にほぼ球形のタンクが乗っているような給水塔だ。このようなタワーがレーダーの近くにある場合、例えば、市の技術者からタンクの寸法を入手し、それを使って後方散乱断面積（タンクのような大きな物体の場合、幾何学的断面積と同じになるはず）を計算することができるかもしれない。このように、式4.7からアンテナ利得を測定するための標準的な目標として、概念的にタワーを使用することができる。

分散点目標

この章では、上空または地上の個々のポイント目標について検討してきた。第5章では、ビームを充填する気象学的目標について検討する。しかし、そのどちらでもない目標が少なくとも1種類ある。それは、地上のある範囲に分布する点状目標の集合体である。

建物（および他の地上目標）と真の点目標（例えば鳥や航空機）の大きな違いの一つは、建物や樹木は同じパルスボリューム内に複数の目標が存在するように、しばしばクラスターで発生することである。

2つ目の大きな違いは、建物や樹木は3次元に分布しているのではなく、地表（つまり2次元の平原）に限定されていることである。そのため、個々の点目標ではなく、「分散した点目標」の複合効果を考慮する方が実際には適切である。

同じパルス体積内の複数の目標の影響を定量化する一つの方法は、各目標からの個々のリターンをすべて加算し、目標が分布している面積で正規化（すなわち除算）することである；

$$\sigma_o = \frac{\sum \sigma_i}{area} \quad (4.13)$$

ここで、総和はエリア上のすべての個別後方散乱断面積(σ_i)に対して行われる。この概念を用いると、レーダークラッタ（レーダーディスプレイ上の所望の信号の観測を妨害するエコー。通常、地上目標に適用される。）のレーダー方程式を導き出すことができる。この方程式は、分布クラッタから受信されるパワーが、クラッタまでの距離の3乗に反比例して変化することを示している。

結論として、点目標は多くのレーダーにとって重要なエコー源である。点目標からのリターン（レンジ、方位角、仰角、パワー、速度、および他の特性）を注意深く測定することによって、目標について多くを学ぶことができる。よく選ばれたポイント・目標は、特定のレーダーシステムの健全性と定量的信頼性をモニターすることも可能にする。